ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2024. május 7.

MATEMATIKA

KÖZÉPSZINTŰ ÍRÁSBELI VIZSGA

JAVÍTÁSI-ÉRTÉKELÉSI ÚTMUTATÓ

OKTATÁSI HIVATAL

Fontos tudnivalók

Formai előírások:

1. Kérjük, hogy a dolgozatot a vizsgázó által használt színűtől **eltérő színű tollal, olvashatóan** javítsa ki.
2. A feladatok mellett található szürke téglalapok közül az elsőben a feladatra adható maximális pontszám van, a javító által adott **pontszám a** mellette levő **téglalapba** kerüljön.
3. **Kifogástalan megoldás** esetén kérjük, hogy a maximális pontszám feltüntetése mellett kipipálással jelezze, hogy az adott gondolati egységet látta, és jónak minősítette.
4. Hiányos/hibás megoldás esetén kérjük, hogy **a hiba jelzése** mellett az egyes **részpontszámokat** is írja rá a dolgozatra. Ha a dolgozat javítását jobban követhetővé teszi, akkor a vizsgázó által elvesztett részpontszámok jelzése is elfogadható. Ne maradjon olyan részlet a megoldásban, amelyről a javítás után nem nyilvánvaló, hogy helyes, hibás vagy fölösleges.
5. A javítás során **alkalmazza az alábbi jelöléseket.**
   - helyes lépés: *kipipálás*
   - elvi hiba: *kétszeres aláhúzás*
   - számolási hiba vagy más, nem elvi hiba: *egyszeres aláhúzás*
   - rossz kiinduló adattal végzett helyes lépés: *szaggatott* vagy *áthúzott kipipálás*
   - hiányos indoklás, hiányos felsorolás vagy más hiány: *hiányjel*
   - nem érthető rész: *kérdőjel* és/vagy *hullámvonal*
6. Az ábrán kívül **ceruzával** írt részeket ne értékelje.

Tartalmi kérések:

1. Egyes feladatoknál több megoldás pontozását is megadtuk. Amennyiben azoktól **eltérő megoldás** születik, keresse meg ezen megoldásoknak az útmutató egyes részleteivel egyenértékű részeit, és ennek alapján pontozzon.
2. A pontozási útmutató pontjai tovább **bonthatók, hacsak az útmutató másképp nem rendelkezik**. Az adható pontszámok azonban csak egész pontok lehetnek.
3. Ha a megoldásban **számolási hiba**, pontatlanság van, akkor csak arra a részre nem jár pont, ahol a tanuló a hibát elkövette. Ha a hibás részeredménnyel helyes gondolatmenet alapján tovább dolgozik, és a megoldandó probléma lényegében nem változik meg, akkor a következő részpontszámokat meg kell adni.
4. **Elvi hibát** követően egy gondolati egységen belül (ezeket az útmutatóban kettős vonal jelzi) a formálisan helyes matematikai lépésekre sem jár pont. Ha azonban a tanuló az elvi hibával kapott rossz eredménnyel – mint kiinduló adattal – helyesen számol tovább a következő gondolati egységekben vagy részkérdésekben, akkor ezekre a részekre kapja meg a maximális pontot, ha a megoldandó probléma lényegében nem változott meg.
5. Ha az útmutatóban egy **megjegyzés** zárójelben szerepel**,** akkor ennek hiánya esetén is teljes értékű a megoldás.

6. **Mértékegység hiánya esetén** csak akkor jár pontlevonás, ha a hiányzó mértékegység válaszban vagy mértékegység-átváltásban szerepel (zárójel nélkül).
7. Egy feladatra adott többféle megoldási próbálkozás közül **a vizsgázó által megjelölt változat értékelhető**. A javítás során egyértelműen jelezze, hogy melyik változatot értékelte, és melyiket nem.
8. A megoldásokért **jutalompont** (az adott feladatra vagy feladatrészre előírt maximális pontszámot meghaladó pont) **nem adható**.
9. Egy feladatra vagy részfeladatra adott összpontszám **nem lehet negatív**.
10. Az olyan részszámításokért, részlépésekért **nem jár pontlevonás**, melyek hibásak, de amelyeket a feladat megoldásához a vizsgázó ténylegesen nem használ fel.
11. A gondolatmenet kifejtése során **a zsebszámológép használata – további matematikai indoklás nélkül – a következő műveletek elvégzésére fogadható el:** összeadás, kivonás, szorzás, osztás, hatványozás, gyökvonás, $n!$, $\binom{n}{k}$ kiszámítása, a függvénytáblázatban fellelhető táblázatok helyettesítése (sin, cos, tg, log és ezek inverzei), a π és az e szám közelítő értékének megadása, nullára rendezett másodfokú egyenlet gyökeinek meghatározása. További matematikai indoklás nélkül használhatók a számológépek bizonyos statisztikai mutatók kiszámítására (átlag, szórás) abban az esetben, ha a feladat szövege kifejezetten nem követeli meg az ezzel kapcsolatos részletszámítások bemutatását is. **Egyéb esetekben a géppel elvégzett számítások indoklás nélküli lépéseknek számítanak, azokért nem jár pont.**
12. Az **ábrák** bizonyító erejű felhasználása (például adatok leolvasása méréssel) nem elfogadható.
13. **Valószínűségek** megadásánál (ha a feladat szövege másképp nem rendelkezik) a százalékban megadott helyes válasz is elfogadható.
14. Ha egy feladat szövege nem ír elő kerekítési kötelezettséget, akkor az útmutatóban megadottól eltérő, **észszerű és helyes kerekítésekkel** kapott rész- és végeredmény is elfogadható.
15. **A vizsgafeladatsor II. B részében kitűzött 3 feladat közül csak 2 feladat megoldása értékelhető.** A vizsgázó az erre a célra szolgáló négyzetben – feltehetőleg – megjelölte annak a feladatnak a sorszámát, amelynek értékelése nem fog beszámítani az összpontszámába. Ennek megfelelően a megjelölt feladatra esetlegesen adott megoldást nem is kell javítani. Ha a vizsgázó nem jelölte meg, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, és a választás ténye a dolgozatból sem derül ki egyértelműen, akkor a nem értékelendő feladat automatikusan a kitűzött sorrend szerinti utolsó feladat lesz.

I.

1.		
$A = \{1; 2; 3; 4\}$	1 pont	
$B = \{1; 2; 5; 6\}$	1 pont	
Összesen:	**2 pont**	

2.		
A másik befogó hossza $(\sqrt{25^2 - 24^2} =)\, 7$ cm.	2 pont	
Összesen:	**2 pont**	

3.		
$(3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 =)$ 12 megfelelő szám alkotható.	2 pont	4321, 4231, 3421, 3241, 2431, 2341, 4213, 4123, 2413, 2143, 1423, 1243
Összesen:	**2 pont**	

4.		
Nem igaz,	1 pont	
mert 2022-ben 1000, 2023-ban pedig 1200 terméket (azaz 1,2-szer annyit) értékesített.	1 pont	
Összesen:	**2 pont**	

5.		
$a = (4^2 =)\ 16$	2 pont	
Összesen:	**2 pont**	

6.		
A sorozat differenciája $(6 : 4 =)$ 1,5.	1 pont	
A sorozat első tagja $6 - 5 \cdot 1{,}5 = -1{,}5$.	1 pont	
A sorozat első 6 tagjának összege $S_6 = \frac{-1{,}5 + 6}{2} \cdot 6 =$	1 pont	$-1{,}5 + 0 + 1{,}5 + 3 + 4{,}5 +$ $+ 6 =$
$= 13{,}5$.	1 pont	
Összesen:	**4 pont**	

7.		
A csúcsok száma: 7.	1 pont	
A lapok száma: 7.	1 pont	
Az élek száma 12.	1 pont	
Összesen:	**3 pont**	

8.		
(Az eredeti szám a 64, $\log_2 128 =$) 7	2 pont	
Összesen:	**2 pont**	

9.		
$(10\,593 : 0{,}55 =)$ 19 260-an vettek részt a szavazáson.	2 pont	
Összesen:	**2 pont**	

10.		
f, h, i	1-1 pont	*Minden tévesen beírt betűjelért 1 pont levonás jár.*
Összesen:	**3 pont**	

11.		
A jegyek átlaga $\left(\frac{1+5+5+5}{4} =\right) 4.$	1 pont	
A szórás $\left(\sqrt{\frac{3^2+3\cdot 1^2}{4}} =\right) \sqrt{3} \approx 1{,}73.$	2 pont	
Összesen:	**3 pont**	

12. első megoldás		
Három kockával $6^3 = 216$-félét dobhatunk (összes eset száma).	1 pont	
(A piros kockával 6-féle, a feketével 5-féle, a fehérrel 4-féle számot dobhatunk úgy, hogy ne legyen ismétlődés a dobott számok között.) A kedvező lehetőségek száma $6 \cdot 5 \cdot 4 = 120$.	1 pont	
A keresett valószínűség $\frac{120}{216} = \frac{5}{9} \approx 0{,}556.$	1 pont	
Összesen:	**3 pont**	

12. második megoldás		
Például a piros kockával bármit dobhatunk. Annak a valószínűsége, hogy ekkor a fekete kockával mást dobunk, mint a pirossal: $\frac{5}{6}$.	1 pont	
Annak a valószínűsége, hogy a fehér kockával mást dobunk, mint a másik kettővel: $\frac{4}{6}$.	1 pont	
A keresett valószínűség $1 \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{4}{6} \approx 0{,}556.$	1 pont	
Összesen:	**3 pont**	

II. A

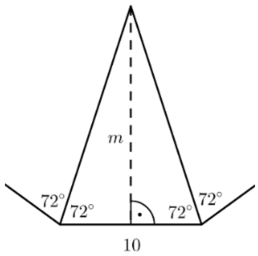
13. a)		
A zárójeleket felbontva: $126x + 1728 + 95x - 1064 = 1990$.	1 pont	
Az egyenletet rendezve: $221x = 1326$.	1 pont	
$x = 6$	1 pont	
Ellenőrzés behelyettesítéssel vagy ekvivalens átalakításokra hivatkozással.	1 pont	
Összesen:	**4 pont**	

13. b)		
$1896 = 2^3 \cdot 3 \cdot 79$	1 pont	
$1956 = 2^2 \cdot 3 \cdot 163$	1 pont	
A két szám közös osztói: 1, 2, 3, $(2^2 =)$ 4, $(2 \cdot 3 =)$ 6, $(2^2 \cdot 3 =)$ 12.	3 pont	*Egy hiba (kihagyott vagy hibás osztó) esetén 2 pont, két vagy három hiba esetén 1 pont, háromnál több hiba esetén 0 pont jár.*
Összesen:	**5 pont**	

14. a) **első megoldás**		
A tízszög belső szögeinek összege $8 \cdot 180° = 1440°$.	2 pont	
(A szabályos tízszög szögei egyenlők, így) egy belső szöge $(1440° : 10 =)$ 144° valóban.	1 pont	
Összesen:	**3 pont**	

14. a) **második megoldás**		
A tízszög külső szögeinek összege 360°.	1 pont	
(A szabályos tízszög külső szögei egyenlők, így) egy külső szöge $(360° : 10 =)$ 36°,	1 pont	
egy belső szöge pedig $(180° - 36° =)$ 144° valóban.	1 pont	
Összesen:	**3 pont**	

14. a) **harmadik megoldás**		
A tízszöget a főátlói tíz egybevágó egyenlőszárú háromszögre bontják. A háromszögek szárszöge $(360° : 10 =)$ 36°.	1 pont	
A háromszögek alapon fekvő szögei $((180° - 36°) : 2 =)$ 72°-osak,	1 pont	
így a tízszög egy belső szöge $(2 \cdot 72° =)$ 144° valóban.	1 pont	
Összesen:	**3 pont**	

14. b)		
A szabályos tízszög felbontható tíz olyan egyenlőszárú háromszögre, melynek alapja 10 cm, az alapon fekvő szögei pedig $(144:2=)$ $72°$-osak. 	1 pont	*A szárszög* $36°$.
Egy ilyen háromszög alaphoz tartozó magasságát m-mel jelölve: $\mathrm{tg}\,72° = \frac{m}{5}$,	1 pont	*A háromszögek szárainak hossza:* $\frac{5}{\sin 18°} \approx$
amiből $m \approx 15{,}4$ cm.	1 pont	$\approx 16{,}2$ cm.
Egy háromszög területe $\frac{10\cdot 15{,}4}{2} = 77\ \mathrm{cm}^2$,	1 pont	$\frac{16{,}2^2\cdot\sin 36°}{2} \approx 77\ \mathrm{cm}^2$
azaz a tízszög területe $770\ \mathrm{cm}^2$.	1 pont	
Összesen:	**5 pont**	

Megjegyzés: Ha a vizsgázó a szabályos n-szög területére vonatkozó képletet jól alkalmazza, és az alapján helyes választ ad, akkor a teljes pontszám jár.

14. c)		
Egy n-oldalú szabályos sokszög átlóinak a száma $\frac{n(n-3)}{2}$, így a megoldandó egyenlet $\frac{n(n-3)}{2} = 2015$.	1 pont	
Az egyenletet nullára rendezve: $n^2 - 3n - 4030 = 0$.	1 pont	
Az egyenlet gyökei 65 és –62.	2 pont	
A sokszög 65 oldalú (ami megfelel a feladat feltételeinek).	1 pont	
Összesen:	**5 pont**	

15. a) első megoldás		
Jelölje az almalé deciliterenkénti egységárát forintban a, a baracklé egységárát pedig b. Ekkor a feladat szövege alapján: $\begin{cases} 3a+5b=1010 \\ 5a+3b=990. \end{cases}$	1 pont	
Az első egyenletből $b=\frac{1010-3a}{5}$.	1 pont	*Az első egyenletet 5-tel, a másodikat 3-mal szorozva,*
Ezt a második egyenletbe helyettesítve, és az egyenlet mindkét oldalát 5-tel szorozva: $25a + 3030 - 9a = 4950$.	1 pont	*és a kapott egyenleteket egymásból kivonva:* $16b = 2080$.
Innen $a = 120$ (1 dl almalé ára 120 Ft),	1 pont	
$b=\left(\frac{1010-3\cdot 120}{5}=\right)130$ (1 dl baracklé ára 130 Ft).	1 pont	
Ellenőrzés a szövegbe helyettesítéssel: $3\cdot 120 + 5\cdot 130 = 1010$ és $5\cdot 120 + 3\cdot 130 = 990$.	1 pont	
Összesen:	**6 pont**	

15. a) második megoldás		
A szöveg alapján 8 dl almalé és 8 dl baracklé összesen $1010 + 990 = 2000$ Ft-ba kerül,	1 pont	
tehát 1 dl almalé és 1 dl baracklé ára összesen 250 Ft.	1 pont	
Ha 1 dl almalé ára a Ft, akkor $3a + 5(250 - a) = 1010$.	1 pont*	
Innen $a = 120$ (1 dl almalé ára 120 Ft),	1 pont*	
és $250 - 120 = 130$ (Ft) 1 dl baracklé ára.	1 pont*	
Ellenőrzés a szövegbe helyettesítéssel: $3\cdot 120 + 5\cdot 130 = 1010$ és $5\cdot 120 + 3\cdot 130 = 990$.	1 pont*	
Összesen:	**6 pont**	

*Megjegyzés: A *-gal jelölt 4 pontot az alábbi gondolatmenetért is megkaphatja a vizsgázó.*

Ezért 3 dl almalé és 3 dl baracklé ára összesen 750 Ft.	1 pont	
Vagyis 2 dl baracklé ára $1010 - 750 = 260$ Ft,	1 pont	
azaz 1 dl baracklé ára 130 (Ft).	1 pont	
1 dl almalé ára pedig $250 - 130 = 120$ (Ft).	1 pont	

15. a) harmadik megoldás		
3 dl almalé és 5 dl baracklé 20 Ft-tal többe kerül, mint 5 dl almalé és 3 dl baracklé,	1 pont	
azaz 2 dl baracklé 20 Ft-tal kerül többe, mint 2 dl almalé.	1 pont	
Tehát 1 dl baracklé 10 Ft-tal kerül többe, mint 1 dl almalé,	1 pont	
így 8 dl almalé ára $990 - 30 = 960$ Ft.	1 pont	
Ebből 1 dl almalé ára 120 (Ft),	1 pont	
és $120 + 10 = 130$ (Ft) 1 dl baracklé ára.	1 pont	
Összesen:	**6 pont**	

15. b) **első megoldás**		
A pincér az italokat (3! =) 6-féleképpen oszthatja ki (összes eset száma).	1 pont	
Ezek közül 2 esetben fordul elő, hogy senki sem a saját maga által rendelt italt kapja: A-b, B-c és C-a vagy A-c, B-a és C-b.	2 pont	
A kérdezett valószínűség tehát $\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$.	1 pont	
Összesen:	**4 pont**	

15. b) **második megoldás**		
Ha a pincér először Annának szolgálja fel az italt, akkor annak a valószínűsége, hogy ő nem azt kapja, amit rendelt $\frac{2}{3}$.	1 pont	
Ezután – akár az almalé és a baracklé, akár az almalé és a citromos tea a megmaradt két ital – annak a valószínűsége $\frac{1}{2}$, hogy sem Bella, sem Cili nem a saját italát kapja. (A két lehetséges kiosztás közül mindig az egyik kedvező. Pl. A-b esetén a B-c/C-a kiosztás kedvező, a B-a/C-c kiosztás nem.)	2 pont	
A kérdezett valószínűség tehát $\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{3}$.	1 pont	
Összesen:	**4 pont**	

15. c)

	Igaz	Hamis	Nem lehet eldönteni
Az adatok terjedelme 7000 Ft.		X	
A kifizetett összegek átlaga 3500 Ft.			X
A kifizetett összegek kb. 25%-a legalább 4000 Ft volt.	X		
Volt olyan asztal, ahol 2500 Ft-ot fizettek.			X

1-1 pont

Összesen: **4 pont**

II. B

16. a) első megoldás		
Kettő, három vagy négy függvényt választhat ki Péter a négyből.	1 pont	*Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.*
Kettőt $\binom{4}{2}=6$-féleképpen,	1 pont	1-2, 1-3, 1-4, 2-3, 2-4, 3-4
hármat 4-féleképpen,	1 pont	1-2-3, 1-2-4, 1-3-4, 2-3-4
négyet 1-féleképpen választhat ki.	1 pont	1-2-3-4
Összesen tehát 6 + 4 + 1 = 11-féleképpen választhat ki Péter legalább 2 függvényt.	1 pont	
Összesen:	**5 pont**	

16. a) második megoldás		
Komplementer módszerrel: az összes lehetséges esetből azoknak az eseteknek a számát kell kivonni, amelyekben legfeljebb egy függvényt választ ki.	1 pont	*Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.*
Minden függvény esetében eldöntheti Péter, hogy kiválasztja-e az adott függvényt vagy sem, tehát összesen $2^4 = 16$ választási lehetősége van.	1 pont	
Pontosan egy függvényt 4-féleképpen,	1 pont	
egyet sem 1-féleképpen választhat ki.	1 pont	
Összesen tehát 16 – 5 = 11-féleképpen választhat ki Péter legalább 2 függvényt.	1 pont	
Összesen:	**5 pont**	

16. b) első megoldás		
(A lineáris függvény grafikonja egyenes.) Az egyenes meredeksége $m=\left(\frac{9-7}{13-12}=\right)2$.	2 pont	
Így $7 = 2\cdot 12 + b$, ahonnan $b = -17$.	1 pont	$x \mapsto 2(x-12)+7$
A függvény hozzárendelési szabálya $x \mapsto 2x - 17$.	1 pont	
Összesen:	**4 pont**	

16. b) második megoldás		
(A két megadott pont illeszkedik az $y = mx + b$ egyenletű egyenesre, így) $\begin{cases} 7=m\cdot 12+b \\ 9=m\cdot 13+b. \end{cases}$	1 pont	
Innen $m = 2$,	1 pont	
majd $7 = 2\cdot 12 + b$ miatt $b = -17$.	1 pont	
A függvény hozzárendelési szabálya $x \mapsto 2x - 17$.	1 pont	
Összesen:	**4 pont**	

16. c)		
A kör egyenlete $(x-12)^2+(y-7)^2=225$.	2 pont	
Az y tengelyen lévő pontok első koordinátája $x=0$.	1 pont*	*Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.*
Megoldandó a $144+(y-7)^2=225$ egyenlet.	1 pont*	
Rendezve: $y^2-14y-32=0$.	1 pont	$(y-7)^2=81$
Az egyenlet megoldásai: $y=-2$ és $y=16$.	2 pont	$y-7=-9$ *vagy* $y-7=9$, *így* $y=-2$ *vagy* $y=16$.
A kör a (0; –2) és a (0; 16) pontokban metszi az y tengelyt.	1 pont	
Összesen:	**8 pont**	

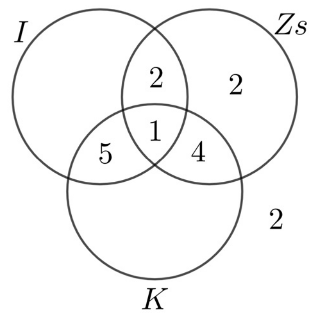
*Megjegyzés: A *-gal jelölt 2 pontot az alábbi gondolatmenetért is megkaphatja a vizsgázó.*

Keressük az y tengelyen azokat a $P(0; y)$ pontokat, melyek a (12; 7) ponttól 15 egység távolságra vannak.	1 pont	
Felírva a két pont távolságát, megoldandó a $\sqrt{(12-0)^2+(7-y)^2}=15$ egyenlet.	1 pont	

17. a)		
A két tésztalap alapkörének sugara $r=3$ cm,	1 pont	
térfogata $2\cdot 3^2\cdot\pi\cdot 0{,}5\approx$	1 pont	
$\approx 28{,}3$ (cm^3).	1 pont	
Összesen:	**3 pont**	

17. b)		
A habos rész magassága $(5-2\cdot 0{,}5=)$ 4 cm,	1 pont	
térfogata 90 cm^3.	1 pont	
A habos részt alkotó henger alapkörének sugara legyen r cm, ekkor $r^2\cdot\pi\cdot 4=90$.	1 pont	
Ebből $r\approx 2{,}7$ cm.	1 pont	
Az átmérő 5,4 (cm).	1 pont	
Összesen:	**5 pont**	

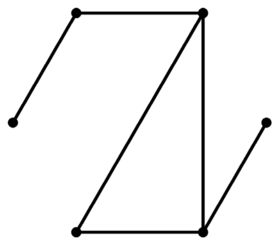
17. c)		
Annak a valószínűsége, hogy egy isleren nem reped meg a csokimáz 0,97.	1 pont	*Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.*
A kérdéses valószínűség $0{,}97^{30}\approx 0{,}401$.	2 pont	
Összesen:	**3 pont**	

17. d) **első megoldás**		
$20 - 2 = 18$ rendelésben szerepelt valamelyik sütemény.	1 pont	
Csak isler és zserbó $(3 - 1 =)$ 2, csak isler és krémes $(6 - 1 =)$ 5, csak krémes és zserbó $(5 - 1 =)$ 4 rendelésben szerepelt.	1 pont	
Csak zserbó $(9 - 7 =)$ 2 rendelésben szerepelt.	1 pont	
Legyen k azon rendelések száma, amelyekben csak a krémes szerepelt. Ekkor (mivel ugyanannyi rendelésben szerepelt krémes, mint isler) azok száma, amelyekben csak isler szerepelt, $k + 2$.	1 pont*	*Azon rendelések száma, amelyekben csak isler szerepelt:* $18 - (14 + k) = 4 - k$.
A feladat szövege alapján ekkor $k + k + 2 + 14 = 18$.	1 pont*	$4 - k + 8 = k + 10$
Ebből $k = 1$, azaz 1 olyan rendelés volt, amelyben csak a krémes szerepelt (és ez megfelel a feladat feltételeinek).	1 pont*	
Összesen:	**6 pont**	

*Megjegyzés: A *-gal jelölt 3 pontot az alábbi gondolatmenetért is megkaphatja a vizsgázó.*

Azon rendelések számát, amelyekben szerepelt a krémes (illetve amelyekben szerepelt az isler), jelölje x. Ekkor az islert vagy krémest tartalmazó rendelések száma $x + x - 6$, így a szöveg alapján: $2x - 6 + 2 = 18$,	1 pont	
amiből $x = 11$.	1 pont	
Ebből $11 - (5 + 1 + 4) = 1$ olyan rendelés volt, amelyben csak a krémes szerepelt (és ez megfelel a feladat feltételeinek).	1 pont	

17. d) **második megoldás**		
$20 - 2 = 18$ rendelésben szerepelt valamelyik sütemény.	1 pont	
Azon rendelések számát, amelyekben szerepelt a krémes (illetve amelyekben szerepelt az isler), jelölje x. Ekkor a logikai szita formula alapján $x + x + 9 - (5 + 3 + 6) + 1 = 18$.	2 pont	
Az egyenlet megoldása $x = 11$.	2 pont	
Így $11 - 6 - 5 + 1 = 1$ olyan rendelés volt, amelyben csak a krémes szerepelt (és ez megfelel a feladat feltételeinek).	1 pont	
Összesen:	**6 pont**	

18. a)		
A csúcsok fokszámának összege $(6 \cdot 2 =)$ 12.	1 pont	
A megadott fokszámok összege 11, tehát a hatodik csúcs fokszáma 1.	1 pont	
Egy megfelelő gráf, például: 	2 pont	
Összesen:	**4 pont**	

Megjegyzés: Ha a vizsgázó egy megfelelő gráf alapján helyesen adja meg a hatodik csúcs fokszámát, akkor a teljes pontszám jár.

18. b)		
A modell szerint az átlagos hatótávolságok évről évre (kilométerben számolva) egy olyan számtani sorozat egymást követő tagjai, melynek első tagja 95, tizenharmadik tagja pedig 425.	1 pont	*Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.*
A sorozat differenciáját – az évenkénti növekményt – d-vel jelölve $425 = 95 + 12d$,	1 pont	
amiből $d = 27{,}5$.	1 pont	
Megoldandó a következő egyenlet: $95 + (n - 1) \cdot 27{,}5 = 1000$.	1 pont	*A* 2023 *után eltelt évek számát m-mel jelölve* $425 + m \cdot 27{,}5 = 1000$.
Ebből $n \approx 33{,}9$, azaz először a sorozat 34. tagja lesz nagyobb, mint 1000 (a 33. tag 975, a 34. tag 1002,5).	1 pont	$m \approx 20{,}9$
Ezzel a modellel számolva tehát 2044-ben érné el az 1000 km-t az elektromos autók átlagos hatótávolsága.	1 pont	
Összesen:	**6 pont**	

18. c)		
A modell szerint az átlagos hatótávolságok évről évre (kilométerben számolva) egy olyan mértani sorozat egymást követő tagjai, melynek első tagja 95, tizenharmadik tagja pedig 425.	1 pont	*Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.*
A sorozat kvóciensét – az évenkénti növekedési arányt – q-val jelölve $425 = 95q^{12}$,	1 pont	
amiből $q \approx 1{,}133$.	1 pont	
Megoldandó a következő egyenlet: $95 \cdot 1{,}133^{n-1} = 1000$.	1 pont	*A* 2023 *után eltelt évek számát m-mel jelölve* $425 \cdot 1{,}133^{m} = 1000$.
$n-1 = \log_{1{,}133} \frac{1000}{95}$	1 pont	$m = \log_{1{,}133} \frac{1000}{425}$
Ebből $n \approx 19{,}85$, azaz először a sorozat 20. tagja lesz nagyobb, mint 1000 (a 19. tag 899, a 20. tag 1019).	1 pont	$m \approx 6{,}85$
Tehát ezzel a modellel számolva 2030-ban érné el az 1000 km-t az elektromos autók átlagos hatótávolsága.	1 pont	
Összesen:	**7 pont**	

Megjegyzés: Ha a vizsgázó egyenlet helyett egyenlőtlenséggel dolgozik, a megfelelő pontok járnak.